

Вариант 13

К каждому заданию первой части предлагается пять вариантов ответа. Выберите верный, по вашему мнению, ответ и результаты сведите в такую таблицу:

Зада ние	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Отв ет	A	A	C	B	—	D	C	E	—	D

Правильный выбор оценивается в 1 балл; за неправильный выбор снимается 0,2 балла.

Прочерк означает отказ от выбора (0 баллов).

Вторая часть состоит из шести заданий, к каждому из которых надо дать полное решение и ответ. Правильно решенное задание второй части оценивается в 2 балла.

Максимальная оценка – 22 балла. Зачетный минимум – 12 баллов.

Часть 1

1. Пусть матрица A имеет порядок 3×3 , и $\det A = 4$. Чему равен определитель матрицы $5A$?
(A) 600; (B) 500; (C) 20; (D) 320; (E) 120.

2. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & -3 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ равен (A) 6; (B) 3; (C) -3 ; (D) 9; (E) -9 .

3. Найдите обратную матрицу для $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(A) $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$; (B) $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$; (C) $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$; (D) $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$;
(E) $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Все элементы матрицы A являются целыми числами. При каком условии все элементы обратной матрицы A^{-1} также являются целыми числами?

- (A) Если $A^2 = E$, где E – единичная матрица.
(B) Если $A = A^{-1}$.
(C) Если определитель матрицы A равен ± 1 .
(D) Только если A – единичная матрица.
(E) Если матрица A является диагональной.

5. Значение выражения $2x_4 - x_2$, где x_2 и x_4 – решения системы $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1, \end{cases}$
равно (A) -2 ; (B) 2 ; (C) $\frac{2}{7}$; (D) $\frac{5}{7}$; (E) c , где c – произвольная постоянная.

6. Решите систему уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$ методом Гаусса.
- (A) $x_1 = 2, x_2 = -1$; (B) $x_1 = 4, x_2 = -1$; (C) $x_1 = 2, x_2 = -1$; (D) $x_1 = 2, x_2 = 3$;
(E) Система несовместна.
7. Расстояние от точки $M(8, 5)$ до прямой $3x - 4y + 1 = 0$ равно (A) 2; (B) 1; (C) 3; (D) 4;
(E) 5.
8. Угол ABC в треугольнике с вершинами $A(3, 5), B(-1, 2), C(7, -4)$ равен
(A) $\arccos \frac{7}{25}$; (B) $\pi / 3$; (C) $\pi / 4$; (D) $\arccos \frac{14}{25}$; (E) $\arccos \frac{21}{25}$.
9. Составьте каноническое уравнение эллипса с расстоянием между фокусами 8 и большой осью 10.
(A) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$; (B) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$; (C) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$; (D) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$; (E) $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{8} = 1$.
10. Расстояние от вершины параболы до ее фокуса равно 4. Тогда расстояние от фокуса параболы до ее директрисы равно (A) 4; (B) 2; (C) 8; (D) 16; (E) недостаточно данных для ответа.

Часть 2

1. Решите уравнение $\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0$.
2. При каких x и y матрица $A^{-1} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -1 & x \\ -3 & y & x \\ -1 & 1 & x \end{pmatrix}$ будет обратной для
- $$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}?$$
3. Найдите все значения a , при которых система $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 7, \\ x_1 + ax_2 + 4x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + ax_3 = 12a^2 \end{cases}$ является несовместной.
4. Найдите расстояние между прямыми $3x + 4y - 1 = 0$ и $6x + 8y + 3 = 0$.
5. Найдите котангенс угла ACB в треугольнике с вершинами $A(1; 2), B(-1; -2), C(0, 1)$.
6. Найдите координаты фокуса параболы $x^2 + 4x + 16y - 12 = 0$.